Bruchgleichungen - Regeln

(Regeln und Lösungswege)

Gleichungen können verschiedene Formen annehmen. Enthält eine Gleichung oder mindestens einen Bruchterm, so spricht man von einer

Bruchgleichung.

Der Lösungsweg erfordert :

1. die Bestimmung der Grundmenge (aus der die zugelassenen Zahlen entstammen)
und der Definitionsmenge (Der Nenner darf nicht den Wert 0 annehmen!)

Beispiel: $\frac{3x}{x+1} = \frac{5x}{x-2}$ G = $\mathbb{N}_0$ und D = $\mathbb{N}_0 \setminus \{2\}$

Wenn die Zahl 2 für die Variable x eingesetzt wird, wird einer der Nenner 0, ebenso bei $(-1) \notin \mathbb{N}_0$.
Es darf nicht durch 0 dividiert werden!
Alle übrigen Zahlen aus N sind erlaubt.

2. die Bestimmung des Hauptnenners (HN).

HN: $(x - 2)(x + 1)$ Beide Faktoren sind teilerfremd.

3. das Erweitern auf den Hauptnenner:

$$\frac{3x(x-2)}{(x+1)(x-2)} = \frac{5x(x+1)}{(x-2)(x+1)}$$

4. die Multiplikation mit dem Hauptnenner.

$$\frac{3x(x-2)}{(x+1)(x-2)} = \frac{5x(x+1)}{(x-2)(x+1)} \quad / \cdot (x-2)(x+1)$$

$$\frac{3x(x-2)(x+1)(x-2)}{(x+1)(x-2)} = \frac{5x(x+1)(x+1)(x-2)}{(x-2)(x+1)}$$

5. das Kürzen. (Jetzt fallen alle Nenner weg.)

$3x(x - 2) = 5x(x + 1)$

6. das Lösen linearer Gleichungen nach den bekannten Äquivalenzumformungen.

$$\begin{aligned}
3x^2 - 6x &= 5x^2 + 5x \quad / -3x^2 \\
-6x &= 2x^2 + 5x \quad / +6x \\
0 &= 2x^2 + 11x \\
0 &= x \cdot (2x + 11)
\end{aligned}$$

$\Rightarrow x_1 = 0 \vee x \cdot (2x + 11) = 0$, also $x_2 = -5{,}5$

$L = \{0\}$, weil $-5{,}5 \notin \mathbb{N}_0$

Bruchgleichungen - Regeln

(Regeln und Lösungswege)

Ungleichungen können verschiedene Formen annehmen. Enthält eine Ungleichung mindestens einen Bruchterm, so spricht man von einer

<u>Bruchungleichung</u>.

<u>Der Lösungsweg erfordert</u> :

1. die Bestimmung der <u>Grundmenge</u> (aus der die zugelassenen Zahlen entstammen)
und der <u>Definitionsmenge</u> (Der Nenner darf nicht den Wert 0 annehmen!)

Beispiel: $\frac{3x}{-(x+1)} < \frac{5x}{x-2}$ $\quad G = \mathbb{N}_0$ und $D = \mathbb{N}_0 \setminus \{2\}$

Wenn die Zahl 2 für die Variable x eingesetzt wird, wird einer der Nenner 0, ebenso bei $(-1) \notin \mathbb{N}_0$. Es darf nicht durch 0 dividiert werden!
Alle übrigen Zahlen aus N sind erlaubt.

2. die Bestimmung des <u>Hauptnenners</u> (HN).

HN: $(x - 2) \cdot [-(x + 1)]$ Beide Faktoren sind teilerfremd.

3. das <u>Erweitern auf den Hauptnenner</u>:

$$\frac{3x\,(x-2)}{-(x+1)(x-2)} < \frac{5x\,(x+1)}{(x-2)\cdot\left[-(x+1)\right]}$$

4. die <u>Multiplikation mit dem Hauptnenner</u>.

$$\frac{3x\,(x-2)}{-(x+1)(x-2)} < \frac{5x\,(x+1)}{(x-2)\cdot\left[-(x+1)\right]} \quad / \cdot (x - 2)\,[-(x + 1)]$$

$$\frac{3x\,(x-2)\left[-(x+1)\right](x-2)}{-(x+1)(x-2)} > \frac{5x\,(x+1)\left[-(x+1)\right](x-2)}{(x-2)\left[-(x+1)\right]}$$

5. das <u>Kürzen</u>. (Jetzt fallen alle Nenner weg.)

$3x\,(x - 2) > 5x\,(x + 1)$

6. das <u>Lösen</u> linearer Gleichungen <u>nach den bekannten Äquivalenzumformungen</u>.

$3x^2 - 6x > 5x^2 + 5x \quad / -3x^2$
$-6x > 2x^2 + 5x \quad / +6x$
$0 > 2x^2 + 11x$
$0 > x \cdot (2x + 11)$
$\Rightarrow x_1 > 0 \vee x \cdot (2x + 11) > 0$, also $x_2 > -5{,}5$

L = N